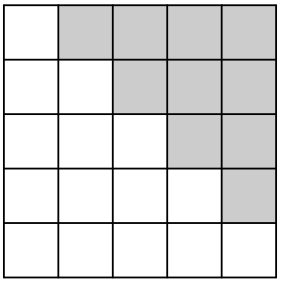
I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Do políček tabulky 5×5 doplňte čísla od 1 do 5 tak, aby:

- každé z čísel bylo v každém řádku i v každém sloupci právě jednou,
- součet deseti čísel v šedě vyznačené části byl 21.

Najděte všechny možnosti. (*J. Tkadlec*)



Z9–I–2

Pro reálná čísla d, e, s, t a v platí:

$$\begin{aligned} d \cdot v \cdot e &= 2, \\ s \cdot e \cdot s \cdot t &= 6, \\ d \cdot e \cdot v \cdot e \cdot t &= 9. \end{aligned}$$

Určete všechny možné hodnoty součinu $d \cdot v \cdot e \cdot s \cdot t \cdot e$. (*J. Tkadlec*)

Z9–I–3

Jsou dány soustředné kružnice k, l a body A, B, C, D tak, že platí:

- poloměr kružnice k je 10 cm a poloměr kružnice l je větší,
- úsečka AB je tětivou kružnice k a měří 16 cm,
- úsečka CD je tětivou kružnice l, je kolmá k tětivě AB a prochází bodem B,
- trojúhelník ABC je rovnoramenný.

Jaká může být délka tětivy CD? Určete všechny možnosti. (*M. Macko*)

Z9–I–4

Ve vstupní hale kina bylo několik jednomístných a několik trojmístných sedaček. Jednou si uvaděčka všimla, že v hale sedělo 25 lidí a 10 sedaček bylo prázdných. Jindy si uvaděčka všimla, že v hale sedělo 14 lidí a 7 sedaček bylo prázdných. V obou případech byla každá trojmístná sedačka buď prázdná, nebo plně obsazená.

Kolik jednomístných a kolik trojmístných sedaček mohlo být v hale? Najděte všechny možnosti. (*M. Macko*)

Z9–I–5

Na tabuli je napsáno číslo 100. Dva kamarádi hrají hru podle následujících pravidel:

- Hráči se u tabule pravidelně střídají.
- V každém tahu hráč číslo smaže a nahradí číslem novým.
- Nové číslo je z předchozího vytvořeno buď odečtením jedné, nebo vydělením dvěma.
- Všechna napsaná čísla jsou přirozená.
- Vyhrává hráč, který napíše číslo 1.

Ukázalo se, že jeden z hráčů může postupovat tak, aby zaručeně vyhrál. Který hráč to je a kolik nejméně tahů k výhře potřebuje? (*I. Jančigová*)

Z9–I–6

Je dán rovnoběžník $ABCD$ a jeho vnitřní bod P s těmito vlastnostmi:

- $|BC| = |CP| = |PD|$,
- $|\sphericalangle PBA| = |\sphericalangle PCB|$,
- $|\sphericalangle BAP| = 15°$.

Určete velikost úhlu APB. (*P. Bak*)